

木质胶合梁弯曲特性的理论分析

马连祥,周定国

(南京林业大学木材工业学院,南京 210037)

摘要: 采用复合材料力学的方法,将木质胶合梁的三维空间问题简化为广义平面应力问题,分析了不同载荷作用下胶合梁的应力场分布,以及木材各向异性产生的附加应力场。用极值法求出最大应力的位置和大小,为木材和人造板在建筑上的应用提供理论依据。

关键词: 胶合梁;各向异性;弯曲特性;应力与应变

中图分类号: TS653 文献标识码: A 文章编号: 1001-8654(2000)03-0011-02

Theoretical Analysis on Bending Characteristics of Glued Wood Based Beam

MA Lian-xiang, ZHO U Ding-guo

(College of Wood Industry, Nanjing Forestry University, Nanjing 210037)

Abstract Using the compound material mechanics, the three dimensional space problem of glued wood based beam was modified to general plane problem, the stress field distribution of the beam under different loading and additional stress generated by anisotropy property of wood was analyzed. With limit value method, the paper has evaluated the largest stress and its site, and supplied theoretical basis for use of wood based material in architectural engineering.

Key words Glued wood based beam; Anisotropy; Bending characteristics; Stress and strain

近年来木质复合材料已越来越多地用于建筑领域,其中结构人造板,华夫板、OSB等,是应用数量最大、应用最广的非单板型人造板。以北美为例,1979~1989年,生产线由1条扩展到31条,生产能力达530万 m^3 ,其中加拿大的14条生产线的生产能力扩大了260万 m^3 ;我国定向结构板的生产能力也从1980年的1万 m^3 发展到现在的近10万 m^3 。

木质胶合梁是结构人造板在建筑中的主要应用产品之一。本研究旨在采用复合材料力学的方法,分析胶合梁在载荷作用下应力和应变的关系,计算梁中的应力场分布、最大应力的位置和大小,同样也可根据木质复合材料的强度和弹性模量计算梁的最大允许载荷,为其在建筑上的应用提供理论依据。

1 理论背景

广义虎克定律反应了各向异性弹性体中应力与

应变的线性关系,构成各向异性弹性力学的本构方程,主要用于解释各向异性弹性体中的应力和应变的关系^[1~4]。在小变形的情况下,对于均匀弹性体,在任意正交坐标系中,广义虎克定律可以写成下列形式: $\{X\} = [S]\{\epsilon\}$ 或 $\{\epsilon\} = [C]\{X\}$,且有 $[C] = [S]^{-1}$ 。其中 $\{X\}$ 为应变列阵, $\{\epsilon\}$ 为应力列阵; $[S]$ 为柔度矩阵; $[C]$ 为刚度矩阵。对于均匀各向异性体, S_{ij}, C_{ij} 均为常数,对于非均匀各向异性体,则为坐标的函数。

2 胶合梁弯曲时的应力场分布

众多梁的受力情况均可简化为一端受载、一端固定的悬臂梁和均匀受载的简支梁^[5~7]。对于这两种情况,当构件为很长的柱体时,在承受平行于横截面、且沿长度方向不变的面力和体积力作用时,均可简化为一个平面应变($w=0$)的问题;当构件为薄的平板时,在承受与板中面平行、且沿厚度方向不变或变化缓慢而且对称于中面的面力和体积力时,则可简化为广义平面应力问题($\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$)。

矩形截面的简支梁承受均布载荷 q 作用,假设

收稿日期 1999-04-12
作者简介: 马连祥(1963-),男,南京林业大学木材工业学院博士研究生。

OXY 平面为弹性主平面, Z 轴为弹性主轴,即可将之简化为广义平面应变问题^[2~4](图1),采用弹性力学半逆解法,选择应力函数 $F(x, y)$,得弹性平面问题的协调方程,同时满足边界条件,从而确定其应力分布

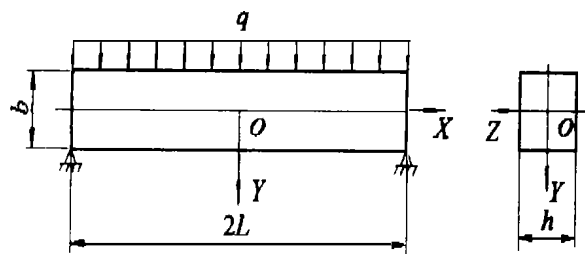


图1 矩形截面简支梁的弯曲模型

Fig. 1 Bending model of glued beam

在 X Y Z 三个方向上的位移为:

$$u = u(x, y), v = v(x, y), w = 0$$

应变场为:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \dots \dots \dots (1)$$

$$\epsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$$

根据虎克定律,有:

$$\epsilon_z = -\frac{1}{S_{33}}(S_{13}\epsilon_x + S_{23}\epsilon_y + S_{36}\epsilon_{xy}) \dots \dots \dots (2)$$

$$\epsilon_{yz} = \epsilon_{xz} = 0$$

将式(2)和(1)代入 $\{\epsilon\} = [X]\{\epsilon\}$,可得平面应变问题的本构方程

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{16} \\ & U_{22} & U_{26} \\ & & U_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (3)$$

其中: $U_{ij} = S_{ij} - \frac{S_{i3}S_{j3}}{S_{33}}$ 称为折减刚度系数.

引入应力函数 $F(x, y)$ ^[4],使得:

$$\epsilon_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \bar{U}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \bar{U}, \quad \epsilon_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \dots \dots \dots (4)$$

将应力函数 $F(x, y)$ 代入式(4),可得:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{q}{2I}(l^2 - x^2)y + \frac{q}{h} \left[-\frac{S_{16}x}{S_{11}b} \left(1 - 12\frac{y^2}{b^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + 2 \left(\frac{S_{16}^2}{S_{11}^2} - \frac{2S_{12} + S_{16}}{4S_{11}} \right) \left(\frac{3y}{5b} - \frac{4y^3}{b^3} \right) \right], \\ \epsilon_y &= \frac{q}{2h} \left[-3 + 3\frac{y}{b} - 4\frac{y^3}{b^3} \right], \\ \epsilon_{xy} &= -\frac{q}{2I} \left[\frac{b^2}{4} - y^2 \right] + \frac{qS_{16}}{hS_{11}} \left[\frac{y}{b} - \frac{4y^3}{b^3} \right] \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

对于狭长矩形截面的各向异性梁,可当作广义平面应力问题来处理,根据边界条件(设 $h=1$),得:

$$\epsilon_x = \frac{6q}{b^3}(x^2 - l^2)y + \frac{6qZ}{b} \left[\frac{4y^2}{b^2} - \frac{1}{3} \right] x + \frac{qU}{b} \left[\frac{4y^2}{b^2} - \frac{3}{5} \right] y,$$

$$\begin{aligned} \epsilon_y &= \frac{q}{2} \left[\frac{4y^3}{b^3} - \frac{3y}{b} - 1 \right], \\ \epsilon_{xy} &= \frac{q}{2b} (4Zy + 3x) \left[1 - \frac{4y^2}{b^2} \right] \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

$$\text{其中: } Z = \frac{S_{16}}{2S_{11}}, U = \frac{1}{2} \left(\frac{2S_{16}}{S_{11}} \right)^2 - \frac{2S_{12} + S_{66}}{2S_{11}}$$

对于正交异性梁,由于 $S_{16}=0$,则有: $Z=0, U=-\frac{(2S_{12} + S_{66})}{2S_{11}}$ 对于各向同性梁,有: $Z=0, U=-\frac{1}{2}$, 此时式(6)的结果与各向同性梁的弹性力学解一致可见,由于材料的各向异性而产生的附加应力为:

$$\epsilon_x = \frac{6qZ}{b} \left[\frac{4y^2}{b^2} - \frac{1}{3} \right] x + \frac{qU}{b} \left[\frac{4y^2}{b^2} - \frac{3}{5} \right] y,$$

$$\epsilon_y = 0,$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{2qZ}{b} \left[1 - \frac{4y^2}{b^2} \right] y$$

在梁的上下边缘,即 $y = \pm b/2$ 处,用极值法求得最大应力发生在 $x = \pm 3Zb/2$ 的位置

3 讨论

由式(6)可知,如果在任意截面上的 σ_x 跟各向同性梁有很大的区别,表示对于各向异性梁存在拉伸与剪切的偶合效应,即使在弹性主轴方向受拉伸也会产生弹性对称面的剪切应变.反之,在弹性对称面上受剪应力作用,也会引起拉伸应变,同时也存在剪切与剪切的偶合效应.通过对应力场分析可以推论,只要已知梁的材料在各个方向上的弹性模量,则可以通过式(5)计算出应力场分布,并在受力已知的情况下对梁进行强度分析和检验,以提高梁的安全性和可靠性.也可根据梁的结构尺寸、材料来源和特性,预测其允许的最大载荷,并可对梁进行结构设计.

以上假设和结果适用于实木梁、OSB梁,也可以用于对实木和木质复合材料复合梁进行组合设计.

参考文献:

- [1] 列赫尼茨基 C.T. 各向异性板 [M]. 胡海昌译. 北京: 科学出版社, 1955.
- [2] 沈观林. 复合材料力学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.
- [3] 王震鸣, 杜善义, 等. 复合材料及其结构的力学、设计、应用和评价 [M]. 北京: 北京大学出版社, 1988.
- [4] 罗祖道, 李思简. 各向异性材料力学 [M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1994.
- [5] Hashin Z.J. A Variations Approach to the Theory of the Elastic Behavior of Multiphase Material [J]. Appl. Mech., 34: 257~262.
- [6] Crowley. Wood Frame Construction Development of an Innovative Roof Component System [J]. Forest Prod. J., 1993, 43(7/8): 27~35.
- [7] Kasal B. Stress Design of Wood Beam Columns Using Exact Second Order Moments [J]. Forest Prod. J. 45(7/8): 52~53.